

Een vergelijking van enkele eenvoudige modellen van een synchrone machine met gelijkrichter

Summary

Because simulation of power electronic systems is often very time consuming, simple dynamic models of these systems are searched for. These enable faster simulation but their disadvantage is that they are less accurate descriptions of the behaviour of the system. This paper focuses on two simple models of a synchronous machine with rectifier. Model-errors are determined in order to judge their usefulness in simulations.

Samenvatting

Omdat simulatie van vermogenselektronische systemen vaak zeer tijdsintensief is, zoekt men hiervoor eenvoudige dynamische modellen. Deze maken een hogere simulatiesnelheid mogelijk, maar hebben als nadeel dat ze de werkelijkheid minder nauwkeurig beschrijven. Dit artikel richt zich op een tweetal eenvoudige modellen van een synchrone machine met gelijkrichter. De modelfouten van deze modellen worden onderzocht met de bedoeling te kunnen uitmaken of zij zinvol gebruikt kunnen worden in simulaties.

1. Inleiding

Aan het eind van de jaren zeventig werd op de Technische Universiteit Eindhoven (TUE) een idee ontwikkeld om windturbines op een flexibele manier aan het elektriciteitsnet te koppelen [1]. Dit idee bestond uit het aanbrengen van een gelijkstroomtussentrap tussen een synchrone generator en het elektriciteitsnet. De generator levert een wisselspanning met variërende frequentie, deze wordt gelijkgericht en dan met behulp van een wisselrichter omgezet in een spanning met de netfrequentie. In **afb. 1** is een dergelijk systeem getekend.

Om twee redenen is op de TUE daarna gezocht naar een eenvoudig dynamisch model van een synchrone machine met gelijkrichter. In de eerste plaats blijkt, dat de combinatie van synchrone generator met een diodegelijkrichter in sommige gevallen instabiel is. In 1980 had Auinger dit al gesignaleerd en geprobeerd er een verklaring voor te geven [2]. Voor een beter begrip van deze instabiliteit heeft men op de TUE het systeem gesimuleerd. Deze simulatie bleek echter zeer tijdsintensief te zijn, zodat de aandacht uitging naar een eenvoudiger model.

De tweede reden om een zo eenvoudig mogelijk model van een synchrone generator met gelijkrichter te zoeken is, dat men van plan is in de nabije toekomst het gehele windenergiesysteem uit **afb. 1** te simuleren. Dit is praktisch alleen mogelijk als voor de verschillende onderdelen van het systeem eenvoudige modellen beschikbaar zijn.

In publikaties waarin de synchrone machine met gelijkrichter een min of meer centrale plaats inneemt, wordt meestal weinig aandacht besteed aan de keuze van het model en de verificatie daarvan. Om een goede afweging te kunnen maken tussen enerzijds eenvoud en anderzijds nauwkeurigheid,

is echter een gedetailleerde kennis nodig van de verschillen tussen diverse modellen onderling en tussen de modellen en de werkelijkheid.

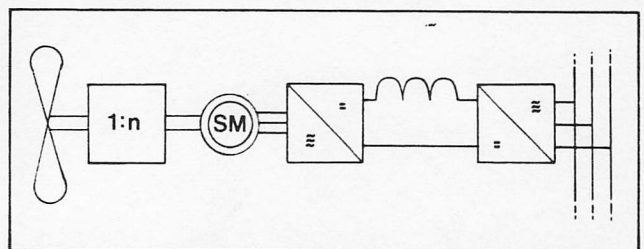
Dit artikel doet verslag van een deel van het onderzoek aan de TUE naar deze aspecten van de modellen van de synchrone machine met gelijkrichter. Voor het overzicht zullen we hier kort uiteenzetten welke modellen bij deze vergelijking betrokken werden.

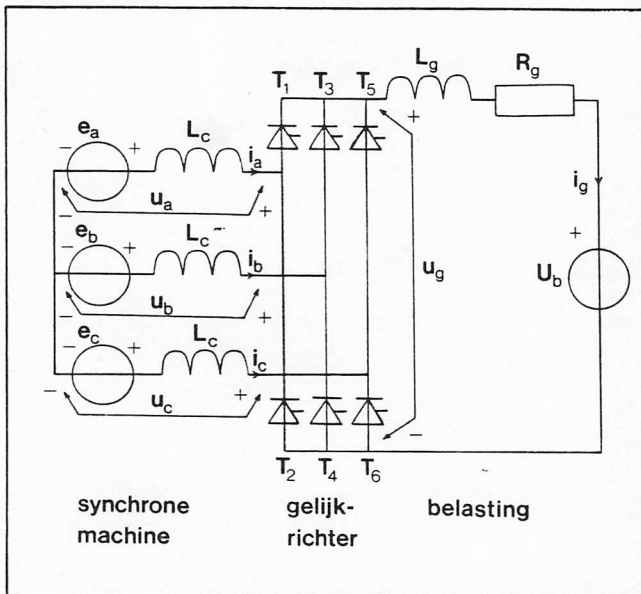
Het meest ingewikkelde model, dat zoals reeds vermeld zeer tijdrovend is voor simulatie, is opgebouwd uit gangbare modellen van de synchrone machine en de gelijkrichter, waarin onder meer rekening gehouden wordt met alle weerstanden, de karakteristiek van de halfgeleiders in de gelijkrichter, de rimpel in het gelijkstroomcircuit en verschillen in de subtransiënte reactanties voor de zgn. langs- en dwarsassen van de synchrone machine. IJzerverliezen en verzadiging worden echter niet meegenomen. We zullen dit model, waarmee simulaties in detail uitgevoerd kunnen worden, verder aanduiden met de letter D.

Een eenvoudiger versie van dit model, model R, is beschreven door Hoeijmakers [3]. Deze versie blijkt voldoende nauwkeurig te zijn en levert tevens, vergeleken met model D, aanzienlijk snellere simulaties. In dit artikel zal model R als referentiestandaard gebruikt worden voor het gedrag van twee nog verder vereenvoudigde modellen, V_a en V_b .

Hoofdstuk 2 beschrijft het model R in stationaire situaties. Voor de eenvoud zal worden uitgegaan van veldvoeding met behulp van een stroombron en van een cilindrische rotor; deze uitgangspunten zijn echter niet wezenlijk voor de verschillen die aan de dag treden tussen R enerzijds en V_a en V_b anderzijds. In hoofdstuk 3 worden de twee vereenvoudigde modellen V_a en V_b beschreven. Tenslotte worden in hoofd-

Afb. 1 Windenergiesysteem met gelijkstroomtussentrap.



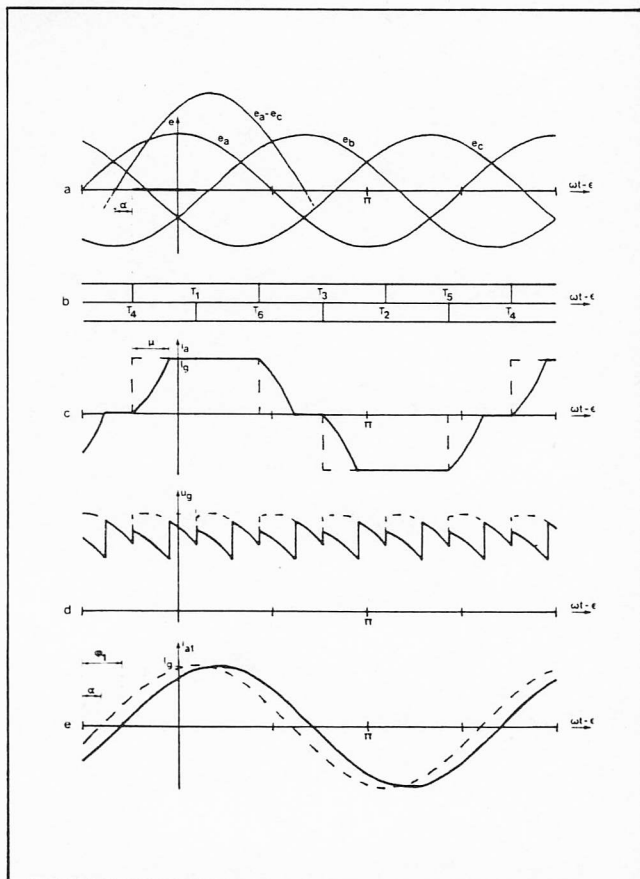


Afb. 2 Schema van het beschouwde systeem van synchrone machine met gelijkrichter.

Afb. 3 Enkele gelijkrichtergrootheden als functie van de tijd.

- a. De bronspanningen e_a , e_b en e_c .
- b. Het ontsteekpatroon van de thyristoren.
- c. De fasestroom i_a .
- d. De spanning u_g .
- e. De grondharmonische van de fasestroom, i_{a1} .

— : $\mu = 0.6$ - - - : $\mu = 0.0$



stuk 4 de verschillen tussen de modellen R, V_a en V_b beschreven. Deze blijken al dusdanig groot te zijn, dat van vergelijking van dynamisch gedrag is afgezien.

2 Het referentiemodel

In deze paragraaf wordt een eenvoudig stationair model van een synchrone machine met gelijkrichter beschreven, waarin de commutatie in de gelijkrichter meegenomen wordt. Dit model heeft bewezen goed te voldoen en minder rekentijd te vragen dan het in de inleiding al genoemde model D [4]. Voor een uitvoeriger beschrijving van de synchrone machine en de gelijkrichter wordt verwezen naar de handboeken die voor deze onderwerpen bestaan.

Het hier beschreven model zal verder aangehaald worden als model R, het referentiemodel. We beschrijven model R aan de hand van het schema in **afb. 2**.

De synchrone machine is in dit schema voorgesteld als een drietall spanningsbronnen met serie-zelfinducties. De gelijkrichter (bestaand uit de thyristoren T_1 t/m T_6) is een volledig stuurbare driefasen-bruggelijkrichter, die belast wordt met een gelijkspanningsbron (met constante spanning U_b) in serie met een weerstand R_g en een grote zelfinductie L_g . Met deze serieschakeling wordt tevens de wisselrichter uit **afb. 1** gerepresenteerd.

In de afleiding zal worden verondersteld, dat de rotor van de synchrone machine met constante hoeksnelheid ω draait en dat de spanningsbronnen e_a , e_b en e_c een driefasig symmetrisch stelsel vormen volgens:

$$\begin{cases} e_a = \hat{e} \cos(\omega t - \varepsilon) \\ e_b = \hat{e} \cos\{(\omega t - \varepsilon) - 2/3\pi\} \\ e_c = \hat{e} \cos\{(\omega t - \varepsilon) - 4/3\pi\} \end{cases} \quad (1)$$

waarin \hat{e} de amplitude van deze spanningen is en ε de fase van spanning e_a . Op de waarde van deze twee grootheden en op de vraag of de veronderstellingen gerechtvaardigd zijn, komen we terug in paragraaf 2.2. Voor het begrip mag ε in eerste instantie nul gedacht worden. In **afb. 3** is een aantal gelijkrichtergrootheden, waaronder de spanningen e_a , e_b en e_c geschetst als functie van de tijd.

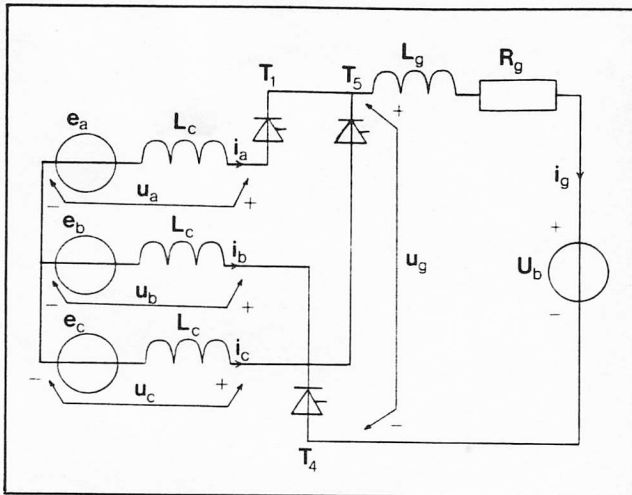
We veronderstellen verder dat L_g zo groot is dat de rimpel op de stroom i_g verwaarloosd mag worden. De stroom i_g is dus constant, wat we aangeven met een hoofdletter: $i_g = I_g$. Tenslotte nemen we aan dat de thyristoren T_1 t/m T_6 ideaal schakelen.

In paragraaf 2.1 zal kort afgeleid worden hoe de stroom I_g en de fasestromen afhangen van de spanningen in het circuit. In paragraaf 2.2 zal worden bepaald welke voorwaarde \hat{e} , ε en L_c moeten krijgen opdat de spanningsbronnen en zelfinducties zo goed mogelijk een synchrone machine representeren.

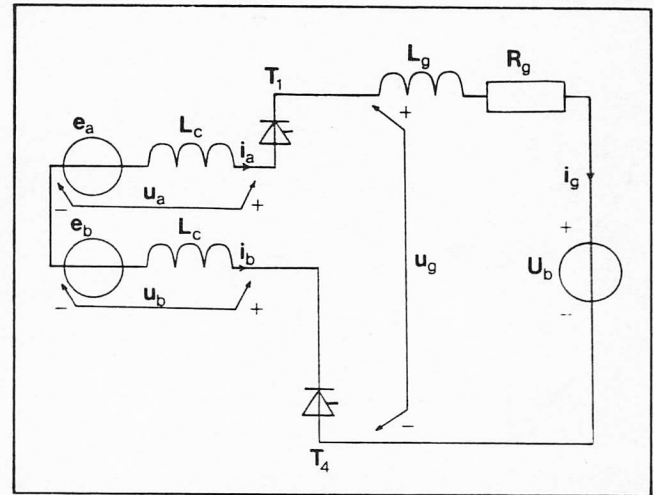
2.1 De gelijkrichter

We beschrijven de gelijkrichter aan de hand van **afb. 2** (voor een meer gedetailleerde beschrijving zie bijv. [5]). Elke $1/3\pi$ radiaal wordt een thyristor ontstoken, in de volgorde $-T_1-T_6-T_3-T_2-T_5-T_4$. Het precieze tijdstip van ontsteking wordt vastgesteld met de ontsteekhoek α , de 'tijd' in radialen dat het tijdstip van ontsteking van een thyristor achterligt op het tijdstip van ontsteking als de thyristor vervangen zou worden door een diode. Om deze definitie te kunnen gebruiken, is het nodig dat i_g constant verondersteld wordt.

De gelijkrichter werkt als gelijkrichter voor ontsteekhoeken $0 \leq \alpha < 1/2\pi$. Vanwege de symmetrie in de schakeling, de spanningen en de stroom kan de beschrijving worden be-



Afb. 4 Tijdens de commutatie.



Afb. 5 Na de commutatie.

perkt tot een interval ter lengte van $\frac{1}{3}\pi$ radialen. We kiezen hiervoor het interval dat ligt tussen de ontsteking van T_1 en die van T_6 . Voor dit interval geldt:

$$\alpha - \frac{1}{3}\pi < \omega t - \varepsilon < \alpha \quad (2)$$

Op het moment dat T_1 ontstoken wordt, geleiden T_4 en T_5 . Thyristor T_1 gaat in geleiding en neemt de stroom I_g over van T_5 . Vanwege de zelfinducties L_c heeft deze overname tijd nodig. Gedurende deze commutatietijd geleiden drie thyristoren en geldt het schema uit **afb. 4**. We zullen de stroomovername nader beschouwen aan de hand van dit schema.

De oorzaak van de commutatie van de stroom van T_5 naar T_1 is de spanning $e_a - e_c$, die in de kring $e_c - L_c - T_5 - T_1 - L_c - e_a$ aanwezig is. Deze zgn. commutatiespanning is gelijk aan:

$$e_a - e_c = \sqrt{3} \hat{e} \cos \{(\omega t - \varepsilon) - \frac{1}{6}\pi\} \quad (3)$$

en is geschetst in **afb. 3a**. In het beschouwde interval is de spanning $e_a - e_c$ dus groter dan nul, waardoor er in de genoemde kring een stroom in de richting van i_a zal gaan lopen. De stroom door T_5 , die in het begin gelijk was aan I_g , neemt dus af, terwijl de stroom door T_1 van nul af stijgt. Als de stroom door T_5 nul wordt, spert deze thyristor en is de stroom I_g overgenomen door T_1 . De grootte van de spanning $e_a - e_c$ is hierbij een maat voor de snelheid waarmee de commutatie zich voltrekt: naarmate $e_a - e_c$ groter is, commuteert de stroom sneller. Omdat bij een grotere ontsteekhoek de commutatie met een grotere waarde van $e_a - e_c$ begint, zal vergroting van de ontsteekhoek bij constante stroom I_g gepaard gaan met een verkorting van de commutatie. Voor de stromen in **afb. 4** gelden de relaties:

$$i_a = \frac{\sqrt{3} \hat{e}}{2\omega L_c} \{ \cos(\alpha) - \cos(\omega t - \varepsilon + \frac{1}{3}\pi) \} \quad (4a)$$

$$i_b = -I_g \quad (4b)$$

$$i_c = I_g - \frac{\sqrt{3} \hat{e}}{2\omega L_c} \{ \cos(\alpha) - \cos(\omega t - \varepsilon + \frac{1}{3}\pi) \} \quad (4c)$$

en voor de spanning u_g :

$$u_g = \frac{3}{2} \hat{e} \cos(\omega t - \varepsilon + \frac{1}{3}\pi) \quad (5)$$

De commutatie is afgelopen als de stroom I_g volledig is overgenomen door T_1 . De tijd dat de commutatie duurt, wordt in

elektrische radialen uitgedrukt met de hoek μ , de zgn. overlappingshoek. Het einde van het commutatie-interval wordt met gebruik van μ vastgelegd door:

$$\omega t - \varepsilon = \alpha - \frac{1}{3}\pi + \mu \quad (6)$$

Uit (4) en (6) en het feit dat op dit moment i_c nul is, volgt:

$$\mu = \arccos \left(\cos(\alpha) - \frac{2\omega L_c I_g}{\sqrt{3} \hat{e}} \right) - \alpha \quad (7)$$

We veronderstellen verder dat $\mu < \frac{1}{3}\pi$.

Als de commutatie afgelopen is, geleiden alleen T_1 en T_4 nog. Het netwerk wordt nu zoals is weergegeven in **afb. 5**. Er geldt:

$$i_a = -i_b = I_g \quad (8a)$$

$$i_c = 0 \quad (8b)$$

$$u_g = \sqrt{3} \hat{e} \cos(\omega t - \varepsilon + \frac{1}{6}\pi) \quad (9)$$

Deze betrekkingen gelden tot aan het einde van het beschouwde interval.

De stromen i_b en i_c zijn gelijk aan i_a op een tijdsvertraging na:

$$i_b(t) = i_a(t - 2\pi/3\omega) \quad (10a)$$

$$i_c(t) = i_a(t - 4\pi/3\omega) \quad (10b)$$

De stromen i_a , i_b en i_c vormen dus een zogenaamd driefasig symmetrisch stelsel. Omdat de fasestromen periodiek zijn, kunnen ze ontwikkeld worden in een Fourierreeks. Voor de grondharmonische van de fasestroom i_a , i_{a1} , kan berekend worden:

$$\begin{aligned} i_{a1} &= a_1 \cos(\omega t - \varepsilon) + b_1 \sin(\omega t - \varepsilon) \\ &= \hat{i}_{a1} \cos\{(\omega t - \varepsilon) - \varphi_1\} \end{aligned} \quad (11a)$$

met

$$a_1 = \frac{3 \hat{e}}{2\pi\omega L_c} \sin(\mu) \sin(2\alpha + \mu) \quad (11b)$$

$$b_1 = \frac{3 \hat{e}}{2\pi\omega L_c} \{ \mu - \sin(\mu) \cos(2\alpha + \mu) \} \quad (11c)$$

$$\hat{a}_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad (11d)$$

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{b_1}{a_1}\right) \quad (\text{voor } \varphi_1 < 1/2\pi) \quad (11e)$$

waarbij voor μ (7) geldt.

Uit afb. 3c kunnen we concluderen dat de faseachterstand φ_1 groter is naarmate de overlappingshoek μ groter is, en dus naarmate de stromen groter zijn. Hierop komen we terug in hoofdstuk 4.

We kunnen voor het gelijkstroomcircuit noteren:

$$\bar{u}_g = R_g I_g + U_b \quad (12)$$

waarbij \bar{u}_g het gemiddelde van u_g is. Uit (5), (7) en (9) volgt een uitdrukking voor \bar{u}_g :

$$\bar{u}_g = \frac{3}{\pi} \sqrt{3} \hat{e} \cos(\alpha) - \frac{3}{\pi} \omega L_c I_g \quad (13)$$

Het effect van de commutatie op het gelijkstroomcircuit vertoont overeenkomst met dat van een extra (dissipatieloze) weerstand in het circuit. Daarnaast draagt de commutatie bij aan de faseachterstand van de stroom i_{a1} ten opzichte van de spanning e_a .

2.2 De synchrone machine

In deze paragraaf zullen we op een eenvoudige manier beschrijven hoe de synchrone machine weergegeven kan worden met een stelsel driefasig symmetrische spanningsbronnen met serie-zelfinducties.

Voor de beschrijving van de synchrone machine zullen we sterk vereenvoudigde veronderstellingen doen:

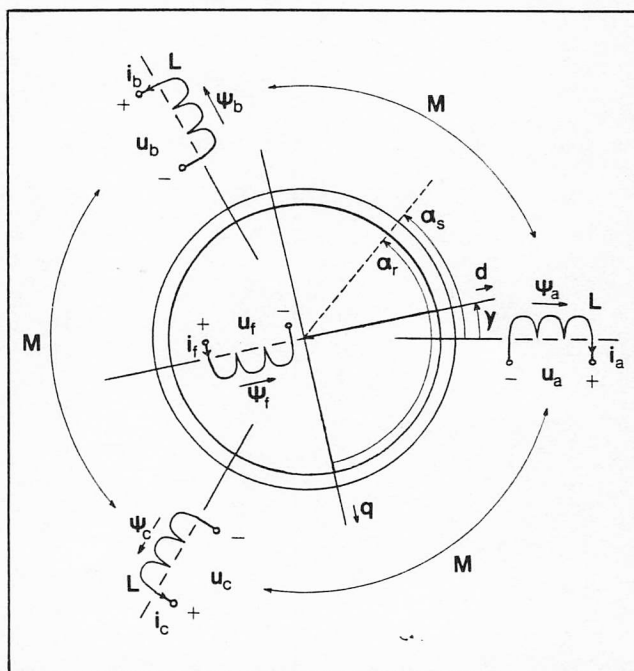
- de rotor en de boring van de stator zijn cilindrisch;
- er zijn geen gleuven of lichamelijke polen;
- in het magnetische circuit kunnen hysteresis en wervelstroom- en verzadigingsverschijnselen buiten beschouwing worden gelaten;
- de weerstanden in het elektrische circuit van de synchrone machine worden verwaarloosd;
- de machine heeft één poolpaar;
- op de stator liggen drie identieke sinusvormig verdeelde wikkelingen a, b en c, die onderling $2/3\pi$ radiaal verschoven zijn;
- de rotor beweegt met een constante hoeksnelheid ω ten opzichte van de stator;
- de rotor is voorzien van een sinusvormig verdeelde wikkeling, de veldspoel genaamd.
- door de veldspoel loopt een constante gelijkstroom.

In **afb. 6** zijn de statorwikkelingen schematisch aangegeven met hun zelfinductie en wederzijdse inducties, alsmede de rotorpositie γ . We duiden de plaats langs de statoromtrek aan met de hoek α_s , de plaats langs de rotoromtrek met α_r . Op een bepaalde plaats in de luchtspleet hangen beide coördinaten met elkaar samen volgens

$$\alpha_s = \alpha_r + \gamma \quad (14)$$

Als we de rotorpositie op $t=0$ γ_0 noemen, kunnen we γ als functie van de tijd vastleggen met

$$\gamma = \omega t + \gamma_0 \quad (15)$$



Afb. 6 Plaats van de wikkelingen op de synchrone machine; tekensafspraken voor α_r en α_s ; onderlinge koppeling van de statorfasen.

We kiezen $\gamma_0 = 1/2\pi$.

We bekijken nu de a-fase. Omdat de weerstand van de fase verwaarloosd wordt, kunnen we schrijven (met de gebruikersconventie):

$$u_a = - \frac{d\psi_a}{dt} \quad (16)$$

waarbij u_a de spanning op de klemmen van de a-fase is en ψ_a de met de a-fase gekoppelde flux. Deze kan eenvoudig berekend worden volgens (zie afb. 6):

$$\psi_a = L i_a + M(i_b + i_c) + \hat{L}_{af} I_f \cos(\gamma) \quad (M < 0) \quad (17)$$

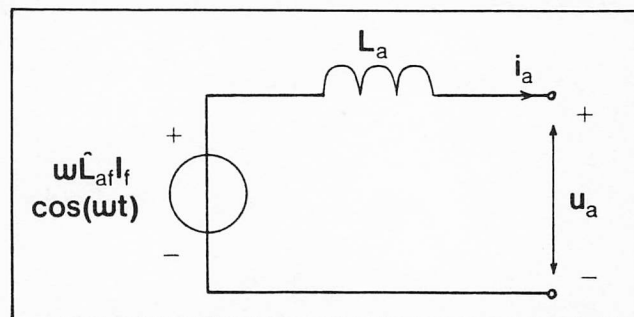
Vanwege $i_a + i_b + i_c = 0$ en $\gamma = \omega t + 1/2\pi$ wordt dit

$$\psi_a = (L - M) i_a - \hat{L}_{af} I_f \sin(\omega t) \quad (18)$$

De coëfficiënt $L - M$ zullen we in het vervolg L_a noemen. Als we nu (18) invullen in (16), krijgen we:

$$u_a = -L_a \frac{di_a}{dt} + \omega \hat{L}_{af} I_f \cos(\omega t) \quad (19)$$

Afb. 7 Vervangingschema voor de a-fase van de synchrone machine.



Voor de fasen b en c kunnen we vergelijkbare uitdrukkingen afleiden. Formule (19) leidt tot het bekende éénfasige vervangingschema van de synchrone machine, dat geschetst is in **afb. 7**.

Een belangrijk aspect van de synchrone machine is bij deze afleiding buiten beschouwing gebleven, nl. het effect van de demperwikkelingen die vaak op de rotor aangebracht zijn. Om de gevolgen van demperwikkelingen te kunnen inzien, moeten we meer afweten van de fasestromen. In paragraaf 2.1 concludeerden we dat deze stromen periodiek zijn en berekenden we de grondharmonische ervan. Zonder veel moeite kunnen we nog een tweetal conclusies trekken over de hogere harmonischen in de fasestromen. In de eerste plaats zorgt de sterschakeling van de machine ervoor, dat er geen harmonischen voorkomen met een frequentie die een drievoud is van de grondfrequentie. In de tweede plaats volgt uit de symmetrie-eigenschap $i(\omega t) = -i(\omega t + \pi)$ van de fasestromen, dat er geen even harmonischen in de stromen aanwezig zijn. De fasestromen bevatten dus naast de grondharmonische alleen harmonischen met rangnummers 5, 7, 11, 13, 17, etc. Heel in het algemeen kunnen we dus voor de fasestroom i_a noteren:

$$i_a = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{i}_{a,6k+1} \cos\{(6k+1)(\omega t - \varepsilon) - \varphi_{6k+1}\} + \sum_{k=1}^{\infty} \hat{i}_{a,6k-1} \cos\{(6k-1)(\omega t - \varepsilon) - \varphi_{6k-1}\} \quad (20)$$

waarbij $\hat{i}_{a,6k \pm 1}$ en $\varphi_{6k \pm 1}$ amplitude en fase van de $(6k \pm 1)^e$ harmonische zijn.

We zullen nu van alle harmonischen afzonderlijk nagaan, hoe zij beïnvloed worden door de demperwikkelingen op de rotor. We zullen daarvoor het magnetische veld afleiden dat een willekeurige harmonische stroom veroorzaakt en de flux beschouwen die dit veld in de demperwikkelingen veroorzaakt.

Neem een willekeurige (n^e) harmonische uit de fasestroom i_a :

$$i_{an} = \hat{i}_n \cos\{n(\omega t - \varepsilon) - \varphi_n\} \quad (21)$$

Deze stroom veroorzaakt een magnetische veldsterkte H in de luchtspleet tussen stator en rotor. Vanwege de wikkellingswijze van de statorspoelen verloopt deze sinusvormig langs de statoromtrek. Men kan de veldsterkte schrijven als:

$$H_{an} = C_s \hat{i}_{an} \cos(\alpha_s) \quad (22)$$

Hierin is C_s een van de machine afhankelijke constante. De zelfde harmonischen in de fasestromen i_b en i_c zijn:

$$i_{bn} = \hat{i}_n \cos\{n(\omega t - \varepsilon) - 2/3 n \pi - \varphi_n\} \quad (23a)$$

$$i_{cn} = \hat{i}_n \cos\{n(\omega t - \varepsilon) - 4/3 n \pi - \varphi_n\} \quad (23b)$$

Deze veroorzaken magnetische velden in de luchtspleet volgens:

$$H_{bn} = C_s \hat{i}_{bn} \cos(\alpha_s - 2/3 \pi) \quad (24a)$$

$$H_{cn} = C_s \hat{i}_{cn} \cos(\alpha_s - 4/3 \pi) \quad (24b)$$

De totale veldsterkte in de luchtspleet ten gevolge van de n^e harmonische in de statorstromen is de som van deze drie:

$$H_{sn} = H_{an} + H_{bn} + H_{cn} \quad (25)$$

Het veld H_{sn} kan na enig rekenwerk geschreven worden als:

$$H_{sn} = 3/2 C_s \hat{i}_n \cos\{n(\omega t - \varepsilon) - \varphi_n \pm \alpha_s\} \quad (26)$$

waarbij het minteken geldt voor $n = 1, 7, 13, \dots$ en het plus-teken voor $n = 5, 11, 17, \dots$. Een nadere beschouwing van (26) leert, dat H_n een sinusvormig lopende golf is, die met snelheid $n\omega t$ beweegt. Als $n = 1, 7, 13, \dots$ dan draait het veld in dezelfde richting als de rotor, als $n = 5, 11, \dots$ dan draait het veld tegen de rotor in.

Ten opzichte van de rotor staat het grondharmonische veld H_1 ($n = 1$) dus stil. Bij andere n beweegt H_n t.o.v. de rotor: met hoeksnelheden $(n - 1)\omega$ met de rotor mee als $n = 7, 13, \dots$ en met hoeksnelheden $(n + 1)\omega$ tegen de rotor in als $n = 5, 11, \dots$. Al deze hoeksnelheden ten opzichte van de rotor zijn een veelvoud van 6ω .

De hogere harmonischen ($n > 1$) wekken dus velden op die ten opzichte van de rotor bewegen en veroorzaken veranderende fluxen in de demperwikkelingen. De hogere harmonischen in de fasestromen worden daarom tegengewerkt (volgens het principe van Lenz: een fluxverandering werkt de oorzaak van zijn ontstaan tegen). Alleen de grondharmonische in de fasestroom zal niet beïnvloed worden door de dempers.

De hogere harmonischen in de fasestromen zien in de fase een kortgesloten transformator en zullen daarom niet (zoals in **afb. 7** geschetst) een zelfinductie L_a in de fase ondervinden, maar een veel kleinere zelfinductie L'' , de subtransiënte zelfinductie van de synchrone machine. De grondharmonische zal nog steeds een zelfinductie L_a zien in de faseleiding.

We berekenen nu opnieuw u_a met behulp van het superpositiebeginsel en de vergelijkingen (19) en (20):

$$u_a = \omega \hat{L}_{af} I_f \cos(\omega t) - L_a \frac{d}{dt} (\hat{i}_{a1} \cos\{(\omega t - \varepsilon) - \varphi_1\}) - L'' \frac{d}{dt} \left(\sum_{k=1}^{\infty} \hat{i}_{a,6k+1} \cos\{(6k+1)(\omega t - \varepsilon) - \varphi_{6k+1}\} + \sum_{k=1}^{\infty} \hat{i}_{a,6k-1} \cos\{(6k-1)(\omega t - \varepsilon) - \varphi_{6k-1}\} \right) = \omega \hat{L}_{af} I_f \cos(\omega t) - (L_a - L'') \frac{d}{dt} (\hat{i}_{a1} \cos\{(\omega t - \varepsilon) - \varphi_1\}) - L'' \frac{di_a}{dt} \quad (27)$$

We kunnen dit in een schema weergeven. **Afb. 8a** is een onorthodoxe weergave, waarin de streeplijn een kortsluiting voor hogere harmonische stromen voorstelt. **Afb. 8b** is een officiële weergave. Hierin is de spanning over de zelfinductie $L_a - L''$, die de grondharmonische van de fasestroom voert, vervangen door een (gestuurde) spanningsbron. Het deel van het schema links van de spanning e_a in **afb. 8a** wordt de interne machine genoemd.

Als we **afb. 8b** vergelijken met **afb. 2**, dan kunnen we voor e_a nemen:

$$e_a = \omega \hat{L}_{af} I_f \cos(\omega t) + (L_a - L'') \omega \hat{i}_{a1} \sin\{(\omega t - \varepsilon) - \varphi_1\} \quad (28)$$

en voor L_c :

$$L_c = L'' \quad (29)$$

De amplitude en fase van e_a kunnen we berekenen met het fasordiagram dat volgt uit afb. 8b. Voer fasoren in volgens

$$e_a = \hat{e} \cos(\omega t - \epsilon) = \text{Re}\{\hat{e} e^{j(\omega t - \epsilon)}\} = \text{Re}\{\hat{e} e^{-j\epsilon} e^{j\omega t}\} = \text{Re}\{\hat{e}_a e^{j\omega t}\} \quad (30a)$$

en

$$i_{a1} = \hat{i}_{a1} \cos(\omega t - \varphi_1 - \epsilon) = \text{Re}\{\hat{i}_{a1} e^{-j(\varphi_1 + \epsilon)} e^{j\omega t}\} = \text{Re}\{\hat{i}_{a1} e^{j\omega t}\} \quad (30b)$$

Met deze fasoren kunnen we (28) herschrijven in fasorvorm:

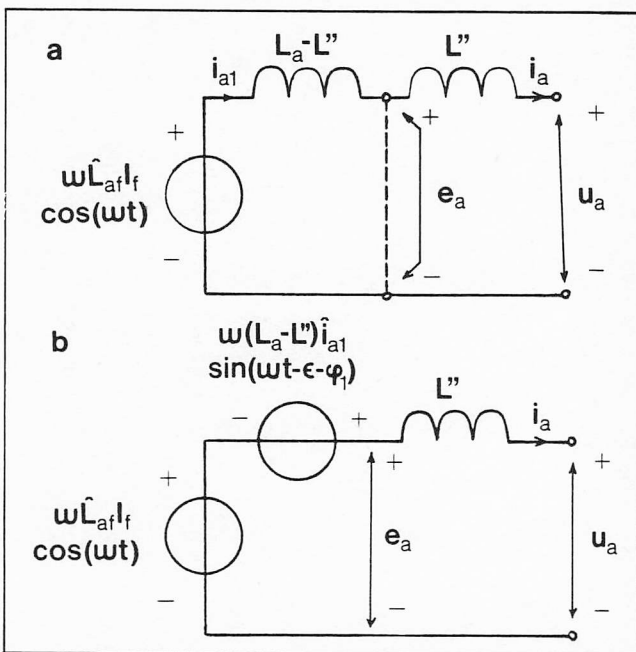
$$\hat{e}_a = \omega \hat{L}_{af} I_f - j \omega (L_a - L'') \hat{i}_{a1} \quad (31)$$

Het met deze vergelijking corresponderende fasordiagram is geschetst in **afb. 9**.

Uit deze figuur volgt onder gebruikmaking van $OA^2 = OB^2 - AB^2$, $OC = OA - AC$ en $\arcsin(\epsilon) = AB/OB$:

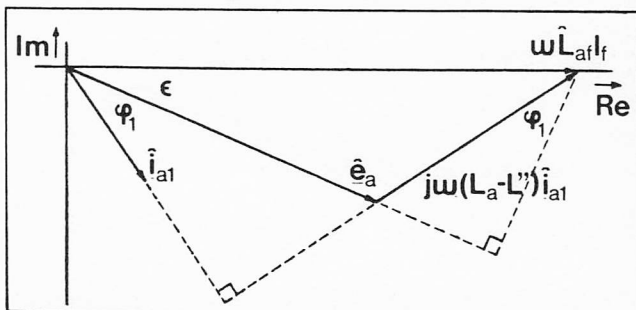
$$\hat{e} = \omega \sqrt{(\hat{L}_{af} I_f)^2 - (\hat{i}_{a1} \cos(\varphi_1) (L_a - L''))^2} - \omega (L_a - L'') \hat{i}_{a1} \sin(\varphi_1) \quad (32a)$$

$$\epsilon = \arcsin\left(\frac{(L_a - L'') \hat{i}_{a1} \cos(\varphi_1)}{\hat{L}_{af} I_f}\right) \quad (32b)$$



Afb. 8 Vervangingschema's met subtransiënte zelfinductie voor de a-fase van de synchrone machine.

Afb. 9 Fasordiagram voor de spanningen e_a en $\omega L_{af} I_f \cos(\omega t)$ en de stroom i_{a1} , voor model R.



We kunnen de A-fase dus weergeven als een spanningsbron e_a met serie-zelfinductie L_c , waarbij de amplitude en fase van de bron gegeven wordt door (32) en L_c de subtransiënte zelfinductie van de synchrone machine is.

De fasen b en c kunnen op analoge wijze worden weergegeven met spanningsbronnen e_b en e_c , die resp. $\frac{2}{3}\pi$ en $\frac{4}{3}\pi$ radiaal nadien op e_a ; e_a , e_b en e_c vormen dus een driefasig symmetrisch stelsel van sinusvormige spanningen.

Door de resultaten van de voorgaande twee paragrafen te combineren (vergelijkingen (7), (11) t/m (13) en (32)), verkrijgen we een nog steeds vrij eenvoudig model van de synchrone machine met gelijkrichter in stationaire toestand. Dit model heeft bewezen vrij precies de werkelijkheid te beschrijven en zal daarom als vergelijkingsstandaard worden gebruikt voor het gedrag van twee nog eenvoudiger modellen, die in het volgende hoofdstuk aan bod komen.

3 Twee vereenvoudigde modellen

In hoofdstuk 2 is het referentiemodel afgeleid van de synchrone machine met gelijkrichter, model R. We zullen in dit hoofdstuk twee eenvoudiger modellen beschouwen.

In het eerste van deze twee, model V_a , wordt de commutatie oneindig snel verondersteld, waardoor een behoorlijke winst in simulatiesnelheid mogelijk is.

Door de commutatie-effecten te verwaarlozen, wordt het model echter minder waarheidsgetrouw. Het tweede hier te bespreken vereenvoudigde model, model V_b , komt aan dit bezwaar gedeeltelijk tegemoet. Het model is gelijk aan model V_a maar de commutatie-effecten worden voor een deel gerepresenteerd door in model V_b de weerstand R_g kunstmatig groter te maken (overeenkomstig vergelijking (13)). Deze compensatie gaat niet ten koste van de mogelijke verbetering van de simulatiesnelheid. Daarom kan hier al geconcludeerd worden, dat dit model beter zal voldoen dan model V_a .

In paragraaf 3.1 worden de stationaire modelvergelijkingen van V_a bepaald, in paragraaf 3.2 die van V_b .

3.1 Model met oneindig snelle commutatie

Een oneindig snelle commutatie verkrijgen we door in model R $L_c = 0$ te stellen. Dit model wordt gebruikt door bijv. Raina [6]. De vergelijkingen (7), (11), (12) en (13) van de gelijkrichter kunnen dan vereenvoudigd worden tot ($\mu = 0$):

$$\frac{3}{\pi} \sqrt{3} \hat{e} \cos(\alpha) = R_g I_g + U_b \quad (33a)$$

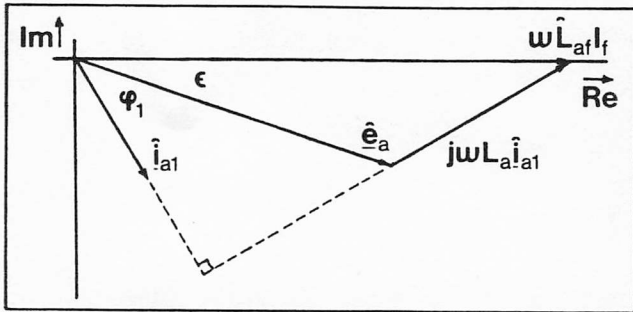
$$\hat{i}_{a1} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_g \quad (33b)$$

$$\varphi_1 = \alpha \quad (33c)$$

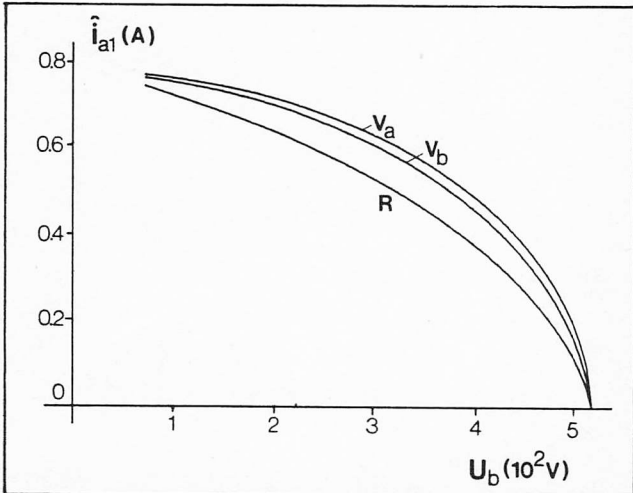
De synchrone machine wordt nu gerepresenteerd door alleen een spanningsbron. De spanning aan de klemmen is sinusvormig en de machine vormt een kortsluiting voor hogere harmonischen in de fasestromen. Een dergelijke synchrone machine is theoretisch mogelijk onder verwaarlozing van de weerstanden en met een spreidingsloze stator en demper. In **afb. 10** is het fasordiagram van deze synchrone machine geschetst. De stroom i_{a1} loopt een hoek α achter op de klemspanning u_a , die in dit model samenvalt met de interne spanning e_a .

Met (32a) en $L'' = 0$ volgt voor \hat{e} :

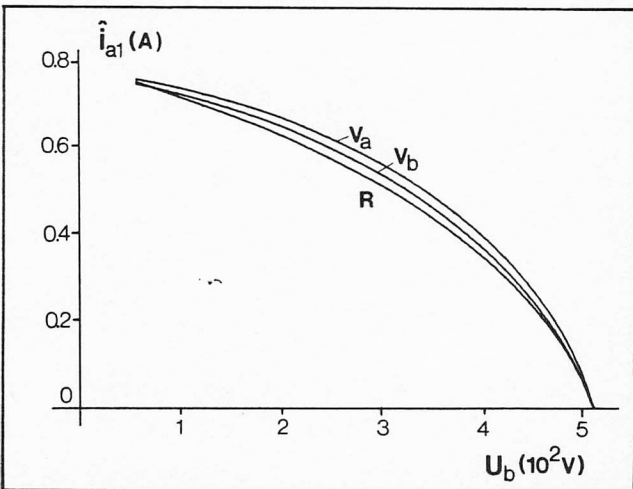
$$\hat{e} = \omega \sqrt{(\hat{L}_{af} I_f)^2 - (\hat{i}_{a1} \cos(\varphi_1) L_a)^2} - \omega L_a \hat{i}_{a1} \sin(\varphi_1) \quad (33d)$$



Afb. 10 Fasordigram voor de spanningen e_a en $\omega L_{af} I_f \cos(\omega t)$ en de stroom i_{a1} , voor de modellen V_a en V_b .



Afb. 11 i_{a1} als functie van U_b voor de drie modellen V_a , V_b en R , bij $\alpha = 0$ rad.



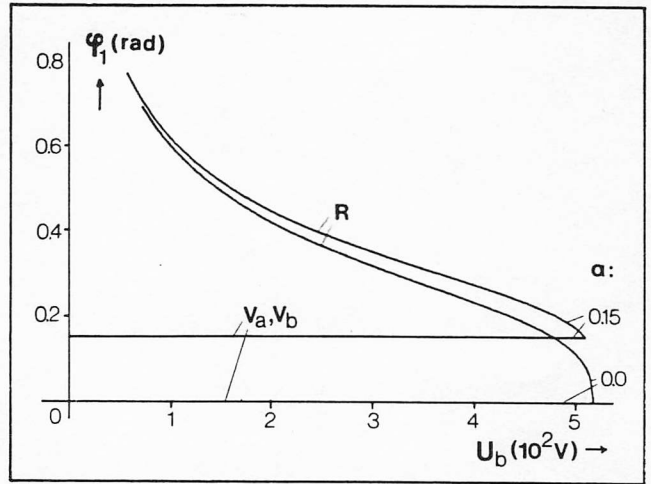
Afb. 12 i_{a1} als functie van U_b voor de drie modellen V_a , V_b en R , bij $\alpha = 0.15$ rad.

3.2 Model met vergrote gelijkstroomcircuitweerstand

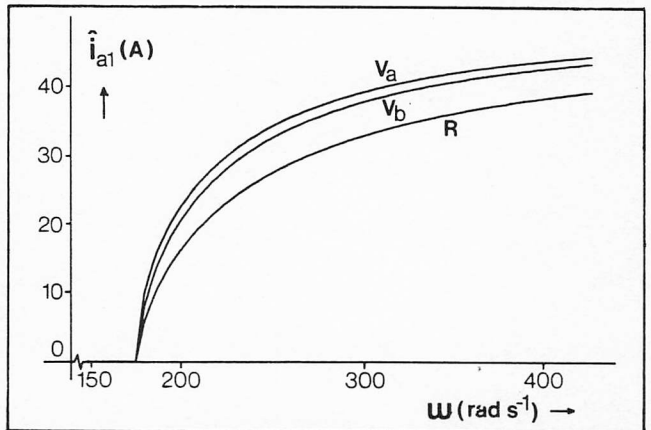
We verkrijgen de vergelijkingen van model V_b door in model V_a de weerstand R_g te verhogen met de bijdrage die de commutatie levert. Dit model wordt onder meer toegepast door Ernst [7]. Volgens (13) is deze extra weerstand:

$$R_{g, \text{comm}} = \frac{3}{\pi} \omega L'' \quad (34)$$

De vergelijkingen van de synchrone machine met gelijkricht-



Afb. 13 φ_1 als functie van U_b voor de drie modellen V_a , V_b en R , bij $\alpha = 0$ en 0.15 rad.



Afb. 14 i_{a1} als functie van ω voor de drie modellen V_a , V_b en R , bij $\alpha = 0$ rad.

ter worden zo:

$$\frac{3}{\pi} \sqrt{3} \hat{e} \cos(\alpha) = (R_g + \frac{3}{\pi} \omega L'') I_g + U_b \quad (35a)$$

$$\hat{i}_{a1} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_g \quad (35b)$$

$$\varphi_1 = \alpha \quad (35c)$$

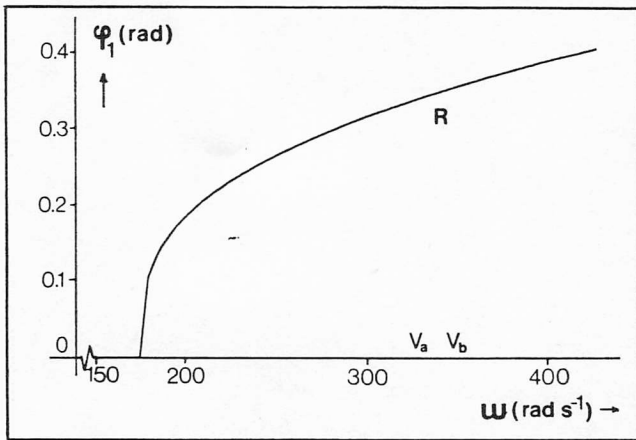
$$\hat{e} = \omega \sqrt{((L_{af} I_f)^2 - \{\hat{i}_{a1} \cos(\varphi_1) L_a\}^2) - \omega L_a \hat{i}_{a1} \sin(\varphi_1)} \quad (35d)$$

4 Verschillen in stationair gedrag tussen de modellen

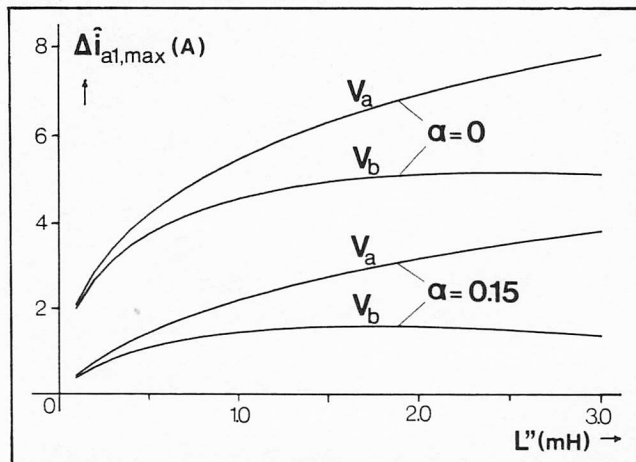
In dit hoofdstuk komen de verschillen aan bod tussen het stationaire gedrag van model R en de modellen V_a en V_b .

We richten ons vooral op de verschillen in de fasestroom als functie van de spanning U_b en de hoeksnelheid ω bij verder gelijke parameters. In alle drie modellen worden $I_f L_{af}$, α , R_g en L_a gelijk verondersteld. De waarde die L'' in R heeft, wordt gebruikt om de weerstand van het gelijkstroomcircuit te verhogen in V_b (vergelijking (35a)). De gelijkstroom I_g zal buiten beschouwing blijven omdat de verschillen in deze stroom bij de drie modellen hetzelfde karakter hebben als de verschillen in de amplitude van i_{a1} .

Omdat voor de stroom i_{a1} in model R geen analytische uitdrukking gevonden is, worden eerst enkele rekenresultaten



Afb. 15 φ_1 als functie van ω voor de drie modellen V_a , V_b en R , bij $\alpha = 0$ rad.



Afb. 16 Het maximale verschil in i_{a1} tussen respectievelijk R en V_a en R en V_b als functie van L'' , bij $\alpha = 0$ en 0.15 rad.

gegeven en worden daarna de verschillen op een globale manier kwalitatief geanalyseerd.

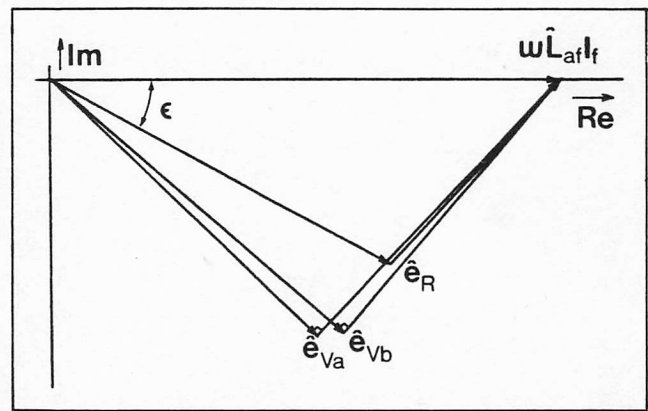
In de afb. 11 t/m 16 zijn enkele berekende resultaten weer gegeven. Hierbij is uitgegaan van:

$$\begin{aligned} \omega &= 2\pi \cdot 50 \text{ rad s}^{-1} \\ I_t \hat{L}_{af} &= 1.0 \text{ Wb} \\ L_a &= 20.5 \text{ mH} \\ L'' &= 2.0 \text{ mH} \end{aligned}$$

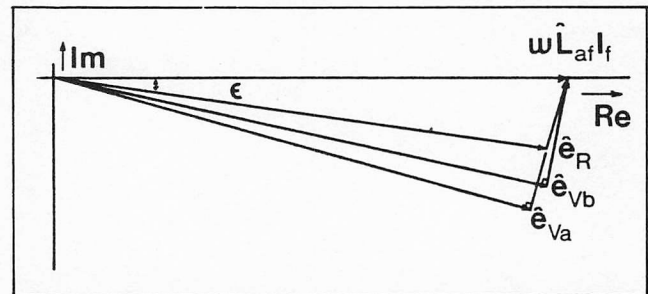
Dit zijn redelijke waarden voor een synchrone machine van 35 kVA. De gelijkstroomweerstand R_g representeert de inwendige weerstand van de belasting; we nemen:

$$R_g = 0.2 \Omega$$

In de afb. 11 en 12 is i_{a1} getekend als functie van U_b voor de drie verschillende modellen. De curve voor model R begint bij het punt waarvoor $\mu = \frac{1}{2}\pi$. Afb. 11 geeft de curven bij $\alpha = 0$, afb. 12 bij $\alpha = 0.15$. Bij grote U_b vloeit er geen stroom. De grenswaarde van U_b , waarbij nog net geen stroom loopt, is voor de drie modellen gelijk (maar is wel afhankelijk van α). Voor spanningen kleiner dan deze grenswaarde geven zowel model V_a als model V_b grotere stromen dan model R . De verschillen tussen V_a en R zijn groter dan die tussen V_b en R . De verschillen zijn het opvallendst voor $\alpha = 0$ en worden kleiner voor grotere waarden van de ontsteekhoek. Afb. 13



Afb. 17 Fasordigram van de generator voor de drie modellen R , V_a en V_b bij $U_b = 370$ V.



Afb. 18 Fasordigram van de generator voor de drie modellen R , V_a en V_b bij $U_b = 500$ V.

geeft de fase-achterstand φ_1 als functie van U_b voor de drie modellen en bij twee waarden van α . De verschillen tussen de vereenvoudigde modellen en model R komen vooral hier naar voren. Terwijl bij model R de faseachterstand bij dalende U_b gestaag groter wordt, blijft die bij de modellen V_a en V_b constant.

De afb. 14 en 15 geven dezelfde grootheden, maar nu als functie van ω en alleen bij $\alpha = 0$. De curven zijn gebaseerd op $U_b = 290$ V.

De curven als functie van ω en van U_b zijn globaal elkaars spiegelbeeld. Dit vindt zijn oorzaak in het feit dat de stromen I_g en i_{a1} vloeien als gevolg van het spanningsverschil tussen enerzijds de gelijkspanningsbron U_b en anderzijds de door de generator met gelijkrichter opgewekte spanning \hat{u}_g . Een toename van ω en een afname van U_b hebben beide tot gevolg dat het spanningsverschil stijgt, waardoor grotere stromen gaan lopen.

Omdat de commutatiezelfinductie L_c een belangrijke rol speelt bij de verschillen tussen de modellen, is in afb. 16 het maximale absolute verschil in i_{a1} tussen V_a en R en V_b en R uitgezet voor meer waarden van L'' . Dit verschil kan gezien worden in verhouding tot de grootste stroom die er in deze situaties loopt, ongeveer 40 A.

Om enig inzicht te krijgen in de achtergrond van deze verschillen, combineren we de fasordigrammen uit afb. 9 en 10 voor $\alpha = 0$ bij twee waarden van U_b (370 V en 500 V). Het diagram voor $U_b = 370$ V is getekend in afb. 17, dat voor $U_b = 500$ V in afb. 18.

Het blijkt dat \hat{i}_{a1} in de fasordigrammen bij alle drie de modellen vrijwel dezelfde hoek maakt met de reële as. Een grotere hoek φ_1 (dan nul) tussen \hat{i}_{a1} en \hat{e} bij model R gaat blijkbaar samen met een evenredig kleinere hoek ϵ die \hat{e}_R maakt met de reële as en met kleinere spanning over de zelfinductie van de interne machine.

De meest in het oog lopende verschillen tussen de model-

len R , V_a en V_b hangen dus nauw samen met het feit dat model R een grotere fase-achterstand φ_1 van i_{a1} ten opzichte van e_a kent dan de modellen V_a en V_b .

Andere punten van verschil, zoals het feit dat in model R de zelfinductie van de interne machine circa 10% kleiner is dan in V_a en V_b , of dat in V_a de effectieve weerstand van het gelijkstroomcircuit slechts ongeveer een kwart bedraagt van die in R en V_b , zijn blijkbaar van minder invloed op het stationaire gedrag van de modellen.

Conclusie

In dit artikel worden twee in de literatuur gebruikte, vereenvoudigde modellen van de synchrone machine met mutator beschouwd. Deze vereenvoudigingen hebben tot doel modellen te creëren die snelle simulaties van het systeem mogelijk maken. De vereenvoudigingen veroorzaken echter ook verschillen in gedrag ten opzichte van modellen waarin de commutatie wel in rekening gebracht wordt.

Model V_a , waarin de commutatie volledig verwaarloosd wordt, voorspelt vergeleken met het referentiemodel R , waarin de commutatie meegenomen wordt, te grote stromen en een te kleine fasedraaiing van de grondharmonische van de fasestroom ten opzichte van de fasespanning. Vooral bij een ontsteekhoek $\alpha = 0$, wanneer de mutator werkt als een diodebrug, treden grote verschillen op. Bij $\alpha = 0.15$ zijn de verschillen geringer.

In model V_b wordt de verwaarloosde commutatie gecompenseerd met een extra weerstand in het gelijkstroomcircuit. Daardoor treden kleinere verschillen op dan bij model V_a . Ook voor model V_b zijn bij $\alpha = 0.15$ de verschillen geringer.

De bruikbaarheid van deze vereenvoudigde modellen voor simulatie hangt af van de grootheden die men nodig heeft en van de nauwkeurigheid die men bereid is in te leveren tegen de winst aan snelheid.

Voor simulatie van een diodebrug ($\alpha = 0$) introduceren beide vereenvoudigingen vrijwel zeker te grote verschillen.

Bij een stuurbare gelijkrichter die bij een ontsteekhoek groter dan nul wordt bedreven, zijn de prestaties wat betreft grootte van de stromen beter en kan simulatie van het systeem met het vereenvoudigde model V_b worden overwogen. In de fase van de grondharmonische van de fasestroom zullen echter ook nu grote verschillen optreden. Het dynamische gedrag van de vereenvoudigde modellen is niet onderzocht.

Literatuur

- [1] Koenraads, A. J. T. M., L. J. J. Offringa, F. J. C. Schellens en W. J. de Zeeuw. *Some aspects of the Dutch National Research Programme for Wind Energy. Journal A*, vol. 20, no. 3, 1979, pp. 151-159.
- [2] Auinger, H. und G. Nagel. *Vom transienten Betriebsverhalten herrührende Schwingungen bei einem über Gleichrichter belasteten Synchrongenerator (2 Teile): Siemens Forsch. - u. Entwickl. - Ber.* vol. 9, nr. 1 & nr. 2, 1980.
- [3] Hoeijmakers, M. J. *Simulation of a synchronous machine with diode rectifier by means of a network model. Proc. Int. Conf. on El. Machines, München, 8-10 september 1986.*
- [4] Hoeijmakers, M. J. *On the steady-state performance of a synchronous machine with convertor. Proefschrift Technische Hogeschool Eindhoven, 1984.*
- [5] Schrage, J. J. en W. J. de Zeeuw. *Vermogenselektronica. Educaboek, Culemborg, 1980.*
- [6] Raina, G. and O. P. Malik. *Variable speed wind energy using synchronous machine. IEEE Trans. on. Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-21, no. 1, pp. 100-105, 1985.
- [7] Ernst, J. *Wind energy farm with synchronous generators operating on a common dc link. First European Conference on Power Electronics and Applications, Brussels, 16-18 october 1985. Proc. vol. 1, pp. 2.1-2.6, 1985.*

U beschermt uw elektronische installaties tegen alle mogelijke storingen...

